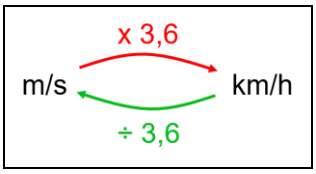
I L'énergie cinétique

L'<u>énergie cinétique</u> d'un système, notée E_c, est l'énergie liée à la masse et à la vitesse du système. Elle se mesure en joule (J). Pour un système en translation, elle est définie par :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

E_c : Energie cinétique en joule (J)
m : masse en kilogramme (kg)
v : vitesse en mètre par seconde ($m.s^{-1}$)

<u>*Attention*</u> : il faut bien penser à convertir les vitesses en $m.s^{-1}$ et les masses en kg.



<u>*Remarque*</u> : L'énergie est une grandeur toujours positive ou nulle. Elle dépend du référentiel considéré puisque la vitesse aussi.

<u>*Exercices*</u> :

1) *Calculer l'énergie cinétique du footballeur Kylian Mbappé, de masse 78 kg, lorsqu'il atteint sa vitesse maximale de 32,4 $km.h^{-1}$.*

Conversion de la vitesse en $m.s^{-1}$: $v = \frac{32{,}4}{3{,}6} = 9{,}00\ m.s^{-1}$.

Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 78 \times 9{,}00^2 = \underline{\mathbf{3{,}2 \times 10^3\ J}}$ (= 3 159 J)

2) *Calculer la vitesse en $km.h^{-1}$ d'un TGV de masse m = 444 tonnes ayant une énergie cinétique de 1,53 GJ.*

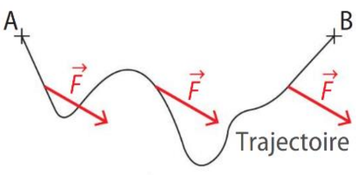
Conversion de la masse en kg : m = 444 t = <u>444×10^3 kg</u>.
Conversion de l'énergie cinétique en J : E_c = 1,53 GJ = <u>$1{,}53 \times 10^9$ J</u>.
Expression de la vitesse : Il FAUT l'obtenir avant de faire le calcul !

- On multiplie les deux côtés de l'égalité par 2 : $E_c \times 2 = \cancel{\frac{1}{2}} m v^2 \times \cancel{2}$. On obtient : $2 \times E_c = m v^2$.
- On divise les deux côtés de l'égalité par « m » : $\frac{2 \times E_c}{m} = \frac{\cancel{m} v^2}{\cancel{m}}$. On obtient : $\frac{2 \times E_c}{m} = v^2$.
- On met une racine carrée sur chaque côté : $\sqrt{v^2} = v = \sqrt{\frac{2 \times E_c}{m}}$.
- Application numérique : $v = \sqrt{\frac{2 \times E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}53 \times 10^9}{444 \times 10^3}} = 83{,}0\ m.s^{-1} = \underline{\mathbf{299\ km.h^{-1}}}$.

II Le travail d'une force constante

1) Définition du travail

Une force est dite **constante** quand sa valeur (en newton), sa direction et son sens ne varient pas au cours du temps.



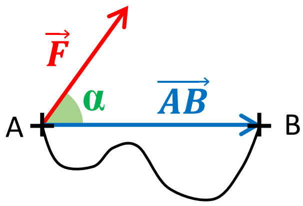
Imaginons un système se déplaçant d'un point A à un point B en subissant une force $\vec{F}$ constante. Il peut se déplacer grâce à cette force, malgré cette force ou sans que cette force ait un impact sur son mouvement.
Il reçoit, par la présence de cette force, une énergie appelée « travail de la force $\vec{F}$ » sur le déplacement de A vers B, et notée $\mathbf{W_{AB}(\vec{F})}$, de l'anglais : **Work** (travail).

Le travail d'une force est une grandeur physique permettant d'évaluer l'effet de cette force sur le mouvement d'un système. Elle est l'énergie transmise (ou retirée) au système par la force appliquée.

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ dont le point d'application se déplace de A vers B est égal au produit scalaire entre $\vec{F}$ et le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$:

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} \qquad \text{Il vaut donc :} \qquad W_{AB}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos\alpha$$

$W_{AB}(\vec{F})$: Travail de la force en joule (J)
F : Force d'intensité constante en newton (N)
AB : longueur du déplacement en mètre (m)
α : Angle entre la force $\vec{F}$ et le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$ lettre grecque « alpha ».

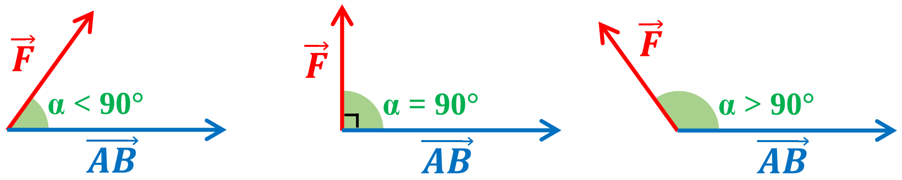


Remarques :

- L'angle α est parfois noté θ (lettre grecque « thêta »).
- Le **produit scalaire** est le produit de deux vecteurs, mais le résultat est bien une valeur numérique. F et AB (en normes) étant toujours positifs, le signe positif ou négatif du travail dépend de l'angle α.

L'angle selon lequel une force s'applique est donc important :

- Si α est compris entre 0° et 90°, alors cos α est positif, le travail de cette force est **positif**, il est **moteur** et fait augmenter l'énergie cinétique du système. La force exercée **favorise le déplacement de l'objet**.
- Si α est compris entre 90° et 180°, alors cos α est négatif, le travail de cette force est **négatif**, il est **résistant** et fait diminuer l'énergie cinétique du système (il le freine). La force exercée tend à **s'opposer au déplacement**.
- Si **α = 90°**, alors cos α = cos 90 = 0, le travail est nul. **La force ne travaille pas** et n'a pas d'effet sur le déplacement. Ce cas est très souvent rencontré en exercice. Il faut donc le connaître.



Travail moteur **W > 0** | **Travail nul** **W = 0** | **Travail résistant** **W < 0**

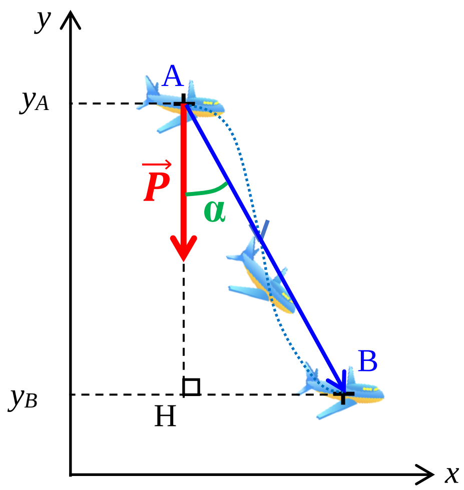
Le travail d'une force constante entre deux points A et B ne dépend pas du chemin suivi entre A et B.

Exercice : Calculer le travail d'une force motrice de 120 N appliquée à un système sur une distance de 2,0 km. La force motrice est parallèle au déplacement.

La force est motrice, on a donc α = 0°.

$W_{AB}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos\alpha = 120 \times 2{,}0 \times 10^3 \times \cos 0 = \underline{\mathbf{2{,}4 \times 10^5\ J}}$.

2) Travail du poids



Prenons un système se déplaçant d'un point A d'altitude y_A à un point B d'altitude y_B, que ce soit en montant ou en descendant.

Le système est placé dans un champ de pesanteur $\vec{g}$. Il est soumis à son poids $\vec{P}$. Cette force s'exerce à la verticale vers le bas suivant la relation : $\vec{P} = m\,\vec{g}$. En norme, elle s'écrit : $P = m \times g$.

Le travail du poids $\vec{P}$ sur le déplacement de A vers B s'exprime suivant la relation :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB}$$
$$W_{AB}(\vec{P}) = P \times AB \times \cos\alpha$$
$$W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times AB \times \mathbf{cos}\,\boldsymbol{\alpha}$$

« cosinus » = $\dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

Dans le triangle rectangle AHB, on a : $\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\alpha} = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{(y_A - y_B)}{AB}$.

On remplace « cos α » dans l'expression du travail du poids : $W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times \cancel{AB} \times \dfrac{(y_A - y_B)}{\cancel{AB}}$

On en déduit l'expression du travail du poids : $W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times (y_A - y_B)$.

Attention : cette expression n'est valable que si l'axe *y* est orienté vers le haut !

Le travail du poids exercé sur un système se déplaçant d'un point A d'altitude y_A à un point B d'altitude y_B a pour expression :

$$\mathbf{W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times (y_A - y_B)}$$

$W_{AB}(\vec{P})$: Travail du poids en joule (J)	y_A et y_B : altitude en mètre (m)
m : masse en kilogramme (kg)	g : intensité du champ de pesanteur g = 9,81 N.kg^{-1}

Cette expression est valable quelle que soit la trajectoire du système ! Elle ne dépend que de l'altitude de départ et d'arrivée. On parle de « <u>force conservative</u> ».

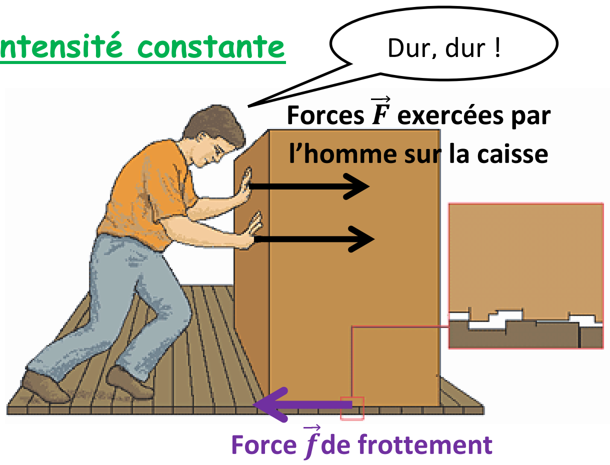
On fait **toujours** : « altitude du point de départ » moins « altitude du point d'arrivée ». Pas d'inversion !

- Dans le cas d'une **descente** : $y_A > y_B$. On a donc $y_A - y_B > 0$. Le travail du poids est donc positif, c'est un **travail moteur**. Le poids favorise la descente.
- Dans le cas d'une **montée**, c'est l'inverse : $y_A < y_B$. On a donc $y_A - y_B < 0$. Le travail du poids est donc négatif, c'est un **travail résistant**. Le poids freine la montée.

Remarques :

- La différence d'altitude $y_A - y_B$ se note parfois h, le travail du poids s'exprime alors plus simplement : $\mathbf{W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times h}$.
- L'axe *y* est parfois remplacé par l'axe z.

3) Travail d'une force de frottement d'intensité constante



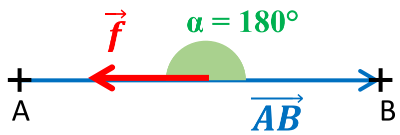
Une force de frottement d'intensité constante, notée $\vec{f}$, subie par un système en mouvement est en permanence parallèle au déplacement, et de sens opposé à ce dernier.

Le travail de cette force de frottement $\vec{f}$, de norme *f* constante, lors du **déplacement rectiligne AB** du système d'un point A à un point B a pour expression :

$$W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB} = f \times AB \times \cos\alpha.$$

Or, comme $\vec{f}$ est opposé au déplacement, l'angle α vaut : α = 180°. On a donc : cos α = cos 180 = –1.

Le travail d'une force de frottement d'intensité *f* constante, sur un déplacement rectiligne d'un point A à un point B a pour expression : $\mathbf{W_{AB}(\vec{f}) = -f \times AB}$



$W_{AB}(\vec{f})$: Travail de la force de frottement en joule (J)
f : force de frottement en newton (N)
AB : longueur du déplacement en mètre (m)

Remarques :

- $W_{AB}(\vec{f})$ est **négatif**, la force de frottement s'oppose au déplacement.
- Le travail de la force de frottement dépend du chemin suivi. On parle de « force non conservative ». C'est la raison pour laquelle on ne considèrera que des déplacements rectilignes.

III Théorème de l'énergie cinétique

1) Enoncé du théorème

On considère un système se déplaçant d'un point A à un point B. L'énergie cinétique du système vaut $E_c(A)$ au point A et $E_c(B)$ au point B.

La variation d'énergie cinétique, notée ΔE_c, du système entre les points A et B est égale à la somme des travaux des forces qu'il subit au cours de son déplacement.

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \Sigma\, W_{AB}(\vec{F})$$

Δ : lettre grecque majuscule « delta », utilisée pour écrire une variation.
Σ : lettre grecque majuscule « sigma » représentant la somme. $\Sigma\, W_{AB}(\vec{F}) = W_{AB}(\vec{F_1}) + W_{AB}(\vec{F_2}) + \ldots$
ΔEc et $W_{AB}(\vec{F})$ s'expriment en joule (J)

Si la somme des travaux des forces appliquées au système est positive, son énergie cinétique augmente, donc la valeur de sa vitesse augmente. Le théorème de l'énergie cinétique permet de relier la somme des travaux des forces qui s'exercent sur un système et la variation de sa vitesse.

2) Exemple d'application : La chute libre

Un pot de fleur de masse m = 800 g posé sur le rebord d'une fenêtre tombe du cinquième étage d'un immeuble (hauteur h = 15 m). Sa vitesse initiale est nulle et les frottements dus à l'air sont négligeables. Déterminer la vitesse avec laquelle le pot de fleur arrive au sol.

Donnée : intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$

On applique le théorème de l'énergie cinétique au pot de fleur, entre son point de départ A et le point d'impact au sol B : $\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \Sigma\, W_{AB}(\vec{F})$

Il faut décomposer l'étude en trois parties :

- **Expression des énergies cinétiques :**
  $E_c(A) = \frac{1}{2}\, m\, v_A^2 = 0$ J car A est le point de départ et la vitesse initiale est nulle.
  $E_c(B) = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2$. On ne peut pas aller plus loin car on cherche à calculer v_B.
- **Travaux des forces :**
  La seule force qui agit est le poids, car les frottements de l'air sont négligés.
  $W_{AB}(\vec{P}) = m \times g \times (y_A - y_B) = m \times g \times h$. Ce travail est positif car le poids est une force motrice.
- **On reprend le théorème** : $E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 - 0 = m \times g \times h$ $\quad \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 = m\, g\, h$

  On multiplie par 2 chaque côté de l'égalité : $\cancel{\frac{1}{2}}\, m\, v_B^2 \times \cancel{2} = m\, g\, h \times 2$. On obtient : $m\, v_B^2 = 2\, m\, g\, h$

  On simplifie par « m » de chaque côté de l'égalité : $\cancel{m}\, v_B^2 = 2\, \cancel{m}\, g\, h$. On obtient : $v_B^2 = 2\, g\, h$.

  On met une racine carrée de chaque côté : $\sqrt{v_B^2} = \boxed{v_B = \sqrt{2\, g\, h}}$

  Application numérique : $v_B = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 15} =$ **<u>17,1 m.s⁻¹</u>**.

Remarque : On constate que la vitesse au moment de l'impact ne dépend pas de la masse de l'objet. Un objet de 10 kg arrivera à la même vitesse qu'un objet de 50 g !
Cela n'est vrai **que** si l'on néglige les frottements qui sont en réalité souvent non négligeables…